

UM ALGORITMO GENÉTICO PARALELO PARA O PROBLEMA DE COBERTURA DE CONJUNTOS

Francisco Jhonatas Melo da Silva (Bolsista – ICV), Antonio Costa de Oliveira (Orientador, Departamento de Informática e Estatística/UFPI)

Introdução

Para muitos problemas difíceis de otimização combinatória, que são do tipo “NP-Completo”, não se é conhecido um algoritmo polinomial capaz de resolvê-los [5]. Para estes tipos problemas estão sendo utilizados metaheurísticas que sejam capazes de encontrar uma boa solução a um baixo custo computacional. Contudo, os problemas estão se tornando mais complexos e exigem uma boa solução dentro do limite de tempo computacional exigido pelo problema. Para esta nova realidade, estão sendo utilizadas versões paralelas de metaheurísticas que tem permitido não somente melhorar o tempo computacional como também melhorar a qualidade da solução obtida.

O problema de cobertura de conjuntos (PCC) é um problema que visa encontrar um subconjunto de colunas com custo mínimo que faça a cobertura de todas as linhas de uma matriz 0-1 (a_{ij}), onde a matriz (a_{ij}) é formada por m (linhas) e n (colunas). Diz-se que a linha a_i é coberta pela coluna j quando $a_{ij} = 1$. Considere a variável binária x_j associada à coluna j , $x_j = 1$ se a coluna j está na solução e $x_j = 0$ caso contrário. A modelagem matemática do PCC é apresentada a seguir:

$$\text{Minimizar } \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1, i = 1, \dots, m \quad (1)$$

$$x_j \in \{0,1\}, j = 1, \dots, n \quad (2)$$

A Eq. (1) garante que todas as linhas m serão cobertas por pelo menos uma coluna e, a Eq. (2) é uma restrição de integralidade.

Os algoritmos genéticos (AG) são uma poderosa ferramenta para a resolução de muitos problemas de otimização combinatória. O objetivo deste trabalho é investigar o desempenho da metaheurística algoritmos genéticos paralelos aplicados ao PCC.

Metodologia

Para a execução do projeto, o mesmo foi dividido em quatro etapas: revisão bibliográfica sobre a metaheurística algoritmos genéticos e o problema de cobertura de conjuntos utilizando os artigos [1] e [3]; implementação de um algoritmo genético sequencial (AGS) aplicado ao problema de cobertura de conjuntos; revisão bibliográfica sobre a aplicação de algoritmos genéticos paralelos (AGP) aplicados ao problema de conjuntos utilizando os artigos [4], [6] e [7]; implementação de um algoritmo genético paralelo aplicado ao problema de cobertura de conjuntos e análise de desempenho entre o AGS e o AGP.

Resultados e Discussão

As características do AG implementado é mostrado na Tabela 1.

Tabela 1 - Características do AG

| | |
|-------------------------------------|--|
| Codificação do cromossomo | <i>String</i> de tamanho n (número de colunas) |
| Seleção dos pais | Torneio binário |
| <i>Crossover</i> | <i>crossover</i> fusão |
| Mutação | mutação variável |
| Método de substituição da população | <i>steady-state</i> |
| Tamanho da população | 500 |
| Critério de parada | 20.000 gerações |

Dentre os vários modelos de paralelização, escolheu-se o modelo de ilhas com migração unilateral. Neste modelo a população é dividida igualmente em subpopulações que evoluem de forma independente, ocorrendo migrações de indivíduos num determinado número de gerações. Este modelo foi o escolhido porque é o que tem apresentado melhores resultados no que diz respeito ao tempo computacional e a qualidade da solução. Foram utilizadas neste modelo quatro ilhas (processos). A taxa de migração foi a cada 500 gerações e a quantidade de indivíduos migrados foi de 4% do tamanho da população de cada ilha.

Os algoritmos implementados (AGS e AGP) foram testados com arquivos obtidos da OR-Library [2]. Os algoritmos foram codificados na linguagem de programação C e executados em um computador com Processador Core 2 Duo 2.9GHz e 2GB de Memória RAM. Os resultados são mostrados na Tabela 2. Para cada problema, os algoritmos foram executados 10 vezes e é apresentado o melhor valor encontrado para o problema em questão.

Analisando a Tabela 2 percebe-se que a eficiência dos algoritmos AGS e AGP, no que diz respeito à qualidade da solução e tempo de execução, é praticamente a mesma. O AGP conseguiu superar o desempenho do AGS somente no problema scp44, conseguindo chegar à solução ótima.

Tabela 2 - Resultados Computacionais

| Problema | Solução Ótima ¹ | Melhor Solução (AGS) ² | Tempo de Execução (AGS) ³ | Melhor Solução (AGP) ² | Tempo de Execução (AGP) ³ |
|----------|----------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| scp41 | 429 | 429 | 2,66 | 429 | 2,88 |
| scp42 | 512 | 512 | 2,62 | 512 | 2,88 |
| scp44 | 494 | 495 | 2,61 | 494 | 2,82 |
| scp51 | 253 | 253 | 4,38 | 253 | 4,63 |
| scpa1 | 253 | 253 | 5,70 | 253 | 6,40 |
| scpb3 | 80 | 80 | 5,12 | 80 | 5,40 |
| scpc2 | 219 | 219 | 9,30 | 219 | 10,90 |
| scpd4 | 62 | 62 | 7,92 | 62 | 9,00 |
| scpnre1 | 29 | 29 | 8,15 | 29 | 9,39 |
| scpnrf3 | 14 | 14 | 7,30 | 14 | 8,65 |

¹ Solução Ótima obtida em [3].

² Melhor solução encontrada nos 10 testes realizados.

³ Tempo médio de execução em segundos.

O AGP não superou as expectativas em relação à melhora do tempo de execução. Acredita-se que um dos fatores para este problema, foi no modelo de comunicação. Para a paralelização foi usada a comunicação síncrona (onde um processo transmissor/receptor fica à espera do envio/recebimento finalizar) acarretando em tempos de espera nas transmissões das mensagens, influenciando no aumento do tempo execução do AGP.

Conclusão

Com este trabalho foi possível realizar a implementação da metaheurística algoritmos genéticos (AGS e AGP) aplicado ao problema de cobertura de conjuntos (um dos problemas clássicos de otimização combinatória). Com os estudos realizados no projeto foi possível adquirir um conhecimento enorme, teórico e prático, na área da Pesquisa Operacional.

Como possíveis trabalhos futuros, podem-se apontar: adaptação do modelo de ilha do AGP para realizar as migrações no sentido bidirecional ou multidirecional; utilização de comunicação assíncrona para a troca de mensagens entre os processos; adaptação do AGP para outros tipos de paralelismo, como o modelo mestre-escravo ou modelos híbridos;

Apoio: DIE/UFPI

Referências Bibliográficas

- [1] AICKELIN, U. A New Genetic Algorithm for Set Covering Problems. *Annual Operational Research Conference 42*, Swansea, UK, 2000.
- [2] Beasley, J.E.. OR-Library: distributing test problems by electronic mail. *Journal of the Operational Research Society*, 41, pp. 1990-1072, 1990.
- [3] BEASLEY, J.E; CHU, P.C., A genetic algorithm for set covering problem. *European Journal of Operational Research*, 94, p.392-404, 1996.
- [4] BOROVSKA, P. Efficiency of Parallel Metaheuristics for Solving Combinatorial Problems. *International Conference on Computer Systems and Technologies - CompSysTech'07*. 2007.
- [5] GAREY, M.R.; JOHNSON. D.S. *Computers and intractability: a guide to the theory of NP-completeness*. San Francisco, Freeman, 1979.
- [6] LEVINE, D., A Parallel Genetic algorithm applications for the Partitioning problem, artigo do livro *METAHEURISTIC: Theory & Application*, Edited by Ibrahim H. Osman e James P. Kelly. Kluwer Academic Publisher, 1996.
- [7] SOLAR, M. PARADA, V. and URRUTIA, R. A parallel genetic algorithm to solve the set covering problem. *Computers and Operations Research*, vol. 29, no 9, pp 1221-1235, 2002.

Palavras-chave: Algoritmos Genéticos Paralelos. Problema de Cobertura de Conjuntos. Otimização Combinatória.